

PROBLEMA N. 84

Sea X una variable aleatoria con distribución absolutamente continua, función de distribución $F(x)$ y función de densidad $f(x)$. Supongamos $P(X > 0) = 1$. Sea X_β la variable condicionada a $X \leq \beta$, siendo $\beta > 0$ un valor constante. Se pide:

- 1) Hallar la función de densidad de X_β .
- 2) Sea $\sigma(\beta)$ la desviación típica de X_β , que suponemos existe y es finita. Probar la desigualdad

$$\beta^2 \inf_{0 \leq x \leq \beta} \{f(x)\} \leq \sqrt{12} F(\beta) \sigma(\beta).$$

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona

PROBLEMA N. 85

Sea $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ una muestra aleatoria simple de (X, Y) con distribución bivalente continua. Consideremos la hipótesis nula

$$H_0 : (X, Y) \text{ tiene la misma distribución que } (Y, X).$$

Sea $Z = X - Y$. Se pide:

- 1) Probar que bajo H_0 la distribución de Z es simétrica respecto del origen.
- 2) Probar que aceptar

$$H_1 : \text{ la mediana de } Z \text{ es positiva,}$$

implica rechazar H_0 .

- 3) Proponer un test no paramétrico para contrastar H_0 frente H_1 .

C.M. Cuadras
Universitat de Barcelona