

## SOLUCIÓ AL PROBLEMA PROPOSAT AL VOLUM 25 N. 1

### PROBLEMA N. 88

Admitiendo que el número  $X$  de artículos evaluados por cada experto sigue la distribución de Poisson

$$f_{\lambda}(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

como sólo tenemos datos de los expertos que evaluaron algún artículo, debemos considerar la distribución de  $X$  condicionada a  $X > 0$ , es decir

$$f_{\lambda}(k/X > 0) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{(1 - e^{-\lambda})k!} \quad k = 1, 2, \dots$$

El valor medio de esta variable es

$$\begin{aligned} \mu &= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cdot e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{(1 - e^{-\lambda})k!} = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{(1 - e^{-\lambda})} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} \\ &= \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{(1 - e^{-\lambda})} e^{\lambda} = \frac{\lambda}{1 - e^{-\lambda}}. \end{aligned}$$

La probabilidad de  $X = 1$  condicionada a  $X > 0$  es

$$p(\lambda) = \frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}}$$

La probabilidad de  $X = 1$  condicionada a  $X > 0$  es  $1 - p(\lambda)$ . Hemos observado las frecuencias siguientes:

$$\begin{aligned} a &= 80 && \text{expertos que evaluaron un artículo,} \\ b &= 66 && \text{expertos que evaluaron más de un artículo.} \end{aligned}$$

A fin de estimar  $\lambda$ , la función y la ecuación de verosimilitud son:

$$\begin{aligned} L &= p(\lambda)^a (1 - p(\lambda))^b \\ \ln L &= a \ln p(\lambda) + b \ln (1 - p(\lambda)) \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} &= \frac{a p'(\lambda)}{p(\lambda)} - \frac{b p'(\lambda)}{(1 - p(\lambda))} = 0 \end{aligned}$$

Como  $p'(\lambda) > 0$  para todo  $\lambda > 0$ , la ecuación se reduce a

$$\frac{a}{p(\lambda)} - \frac{b}{(1-p(\lambda))} = 0 \quad \Rightarrow \quad p(\lambda) = \frac{a}{a+b}.$$

La solución de la ecuación

$$\frac{\lambda \cdot e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} = \frac{80}{80 + 66}$$

es  $\hat{\lambda} = 1.10$ . La estimación máximo verosímil de  $\mu$  es

$$\hat{\mu} = \frac{\hat{\lambda}}{1 - e^{-\hat{\lambda}}} = 1.65$$

*Respuesta:* los expertos (referees) consultados por *Qüestiió* (1987-1997) evaluaron, por término medio, 1.65 artículos cada uno.

C.M. Cuadras  
Universitat de Barcelona